BAREM clasa a VII-a

1. Suma elementelor mulțimii $B \cup C$ este 55 .... 1 punct

Dacă $B = \{x, y\}$, atunci $(x+1)(y+1) = 56$ şi $B = \{6, 7\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10\}$... 2 puncte

Dacă $B = \{x, y, z\}$, $x < y < z$, atunci $(y+1)(z+1) = 55$ şi $B = \{1, 4, 10\}$, $C = \{2, 3, 5, 6, 7, 8, 9\}$ .... 2 puncte

Dacă $B = \{x, y, z, t\}$, $x < y < z < t$ rezultă $(2z+1)(2t+1) = 105$ şi $B = \{1, 2, 3, 7\}$, $C = \{4, 5, 6, 8, 9, 10\}$ .... 2 puncte

Notă: Se acordă câte 1 punct pentru fiecare soluție găsită fără justificări.

2. a) ΔBPM asemenea ΔBAQ implică $\frac{PM}{AQ} = \frac{BP}{BA}$ .... 1 punct

$DQ \parallel BA$ implică $\frac{BP}{BA} = \frac{DN}{DQ}$ .... 1 punct

Concluzia .... 1 punct

b) $DP \parallel AC$ implică $\frac{PM}{PD} = \frac{AQ}{AC}$ şi $QN \parallel AP$ implică $\frac{AQ}{AC} = \frac{PN}{PC}$ .... 1 punct

Concluzia .... 1 punct

c) $\Delta APM \equiv \Delta PDN$ implică $AM \perp PN$ .... 1 punct

H ortocentrul triunghiului AMN şi $MN \parallel BC$ implică $AH \perp BC$ .... 1 punct

3. $n = 1$ şi $n = 2$ nu convin .... 1 punct

Pentru $n = 3$ este suficient să considerăm cazul a două laturi ale pătratului mare cu punctele echidistante $A_1, A_2, \ldots, A_6$ şi respectiv $B_1, \ldots, B_6$ colorate fiecare câte trei roşii şi trei negre (sau raționament similar) şi există în fiecare grupă două A_i, A_j respectiv B_k, B_p la fel colorate şi astfel ca distanța între A_i şi A_j este aceeaşi cu distanța între B_k şi B_p .... 3 puncte

Analiza tuturor cazurilor (sau orice raționament similar) .... 3 puncte

4. a) Mediana împarte un triunghi în suprafețe echivalente şi concluzia .... 2 puncte

b) Fie $\{M\} = AC \cap A'B'$, rezultă $\frac{\sigma(AA'C')}{\sigma(AC'B')} = \frac{A'M}{MB'} = 2$ .... 3 puncte

Considerăm punctele M, N, P pe $A'B'$, $A'C'$, $C'B'$ respectiv, astfel ca $A'M = 2MB'$, $NC' = 2NA'$, $PB' = 2PC'$.

Rezultă $C'M \cap A'P = \{A\}$ şi analoagele .... 2 puncte